TO7⁷⁰ MO5

Mathématiques

NOMBRES ET OPÉRATIONS

par : François Boule, Jean Delcourt, André Deledicq, Serge Pouts-Lajus

cedic/nathan

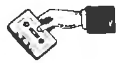
VIFI NATHAN

Sommaire

La boîte « Logiciels Nathan Ecoles » contient :

- Une cassette A contenant deux programmes :
  A1. Division (en début de bande).
  A2. Addition et soustraction

- Une cassette B contenant deux programmes :
  B1. Ordre de grandeur (en début de bande).
  B2. Lire et écrire un nombre

côté rouge : TO7 côté vert : MO5 

- La présente brochure. 

Résumé des commandes :

— Pour charger le logiciel de la cassette dans votre micro-ordinateur, frappez :
R **U** **N** **"** **ENTREE**

— Pour donner une réponse,frappez *votre réponse*, puis **ENTREE**

— Si vous voyez sur l'écran :
➡ , alors il vous faut appuyer sur une touche
, alors il vous faut pointer le crayon optique.

— Pour interrompre une activité, frappez : **RAZ**

Avant-propos

Votre logiciel Nathan Écoles s'adresse aux enfants d'aujourd'hui pour qui apprendre devient une activité permanente. Il associe donc travail, plaisir, action et vise à développer la réflexion, à entraîner aux mécanismes fondamentaux, à soutenir l'acquisition des connaissances de base. Tout cela, dans le cadre des programmes scolaires.

Les logiciels Nathan Écoles, conçus par des animateurs et des pédagogues confirmés, ont été étudiés et testés auprès d'une cinquantaine de classes. Cette expérimentation a permis d'obtenir des outils souples, efficaces et adaptés à vos besoins.

Les logiciels Nathan sont très faciles à utiliser : le *résumé des commandes* en page 4 suffit pour démarrer. Ensuite, une lecture approfondie de ce livret vous permet d'exploiter progressivement toute leur richesse. Il contient en effet pour chaque activité un *scénario d'utilisation*, des *exercices* pour compléter et préparer le travail avec l'ordinateur, et des *conseils pédagogiques*.

Les logiciels Nathan sont adaptables selon l'âge, le niveau des enfants et les objectifs poursuivis. En fin de livret, *quelques conseils utiles aux parents ou à l'enseignant* vous guideront pour mener à bien cette adaptation.

Il vous reste à placer la cassette dans le lecteur, suivre le mode d'emploi en page 6 et regarder les enfants...

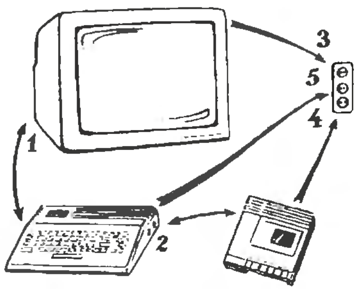
... ils ne tarderont pas à vous entraîner eux-mêmes vers les objectifs que vous leur avez choisis.

Comment utiliser votre logiciel Nathan

1. Mise en route du matériel

Branchez et allumez dans cet ordre :

- l'écran de télévision,
- le lecteur de cassettes,
- le TO7 (avec sa cartouche BASIC) ou le MO5.



2. Préparation de la cassette et du lecteur

- Placez la cassette dans le lecteur,
- Rembobinez la bande : (touche ◀◀),
- Appuyez sur la touche lecture : (touche ◀).

3. Chargement du logiciel

Frappez :

R U N " ENTREE

4. Déroulement de l'activité

Titre

Lorsque la page titre est affichée à l'écran, appuyez sur n'importe quelle touche.

Menu

Lorsque la page menu est affichée à l'écran, un choix vous est proposé.
Faites votre choix en frappant sur une touche ou en pointant avec le crayon.

Activités

Répondez aux questions :

- soit en frappant sur une seule touche,
- soit en frappant successivement sur plusieurs touches puis sur ENTREE .
- soit en appuyant sur l'écran avec le bout du crayon,
- soit en pointant le crayon à un certain endroit de l'écran.

Pour interrompre l'exercice, vous pouvez, à tout moment, frapper la touche RAZ . La page bilan apparaît alors sur l'écran.

Bilan

Lorsque la page bilan est affichée à l'écran, vous pouvez recommencer l'activité ou vous arrêter. Frappez :
E pour « encore » ou F pour « fin »
ou bien pointez la case voulue avec le crayon optique.

Si vous voulez en savoir plus...

Mise en route

— Si le micro-ordinateur que vous utilisez est le TO7, vous savez qu'une première « page » apparaît à l'écran lors de la mise en route. Si vous appuyez sur la touche 2 (et si tout est en place du côté du lecteur de cassettes), alors le programme enregistré sur la cassette se charge dans la mémoire du TO7. Vous pouvez aussi appuyer sur la touche 1 et l'ordinateur attend alors vos ordres énoncés en BASIC.

— Voici quelques ordres BASIC utiles, valables sur MO5 et TO7 :

R U N " ENTREE — charge le programme sur cassette dans la mémoire du micro-ordinateur et l'exécute.

L O A D ENTREE — charge le programme sur cassette dans la mémoire du micro-ordinateur.

R U N " ENTREE — provoque l'exécution par le micro-ordinateur du programme qui est dans sa mémoire.

Ce dernier ordre est à utiliser lorsqu'un programme a déjà été chargé et a été interrompu (le message « OK » est alors affiché à l'écran) pour relancer l'exécution du même programme.

Préparation de la cassette...
Si le logiciel que vous voulez utiliser est enregistré, par exemple, à partir du numéro 50 du compteur, alors mettez le compteur à 0 et appuyez sur la touche « avance rapide », jusqu'au numéro 49 du compteur.

A l'affichage de la page « Menu »...
Si vous frappez sur la touche ACC , vous lirez quelques informations utiles (par exemple lors de votre première utilisation du logiciel).

A l'affichage de la page « Bilan »...
Si vous avez branché une imprimante et si vous voulez imprimer votre « bilan », frappez 1 , puis frappez votre nom et la date.

Lire
et écrire un nombre

Activité pour un utilisateur.

Objectif
Savoir passer
de l'écriture en chiffres d'un nombre
à l'écriture en lettres
et inversement.

Scénario d'utilisation

— Après l'affichage de la page titre, *frappez une touche pour démarrer.*

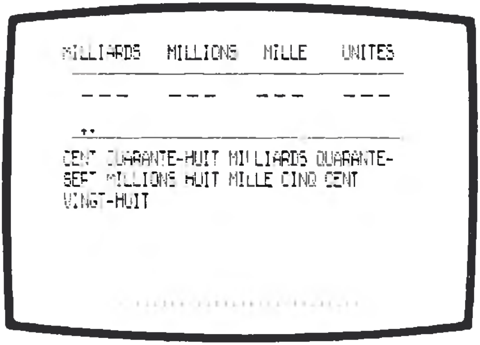
Le menu propose deux activités différentes :

Frappez **1** ou **2** selon votre désir.

Des lettres aux chiffres (1) :

— Un nombre écrit en français est affiché.

Vous devez frapper l'écriture en chiffres de ce nombre dans le cadre prévu en haut de l'écran.



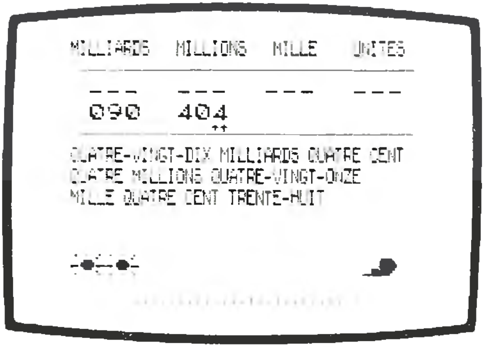
Les deux petites flèches indiquent l'endroit où va s'écrire le chiffre que vous frappez. Vous pouvez les déplacer grâce aux touches ← et →.

Lorsque vous pensez que l'écriture en chiffres est bonne, frappez sur **ENTREE** :

— si votre écriture est bonne vous gagnez un soleil,
— si elle est fausse, vous voyez apparaître un nuage blanc.

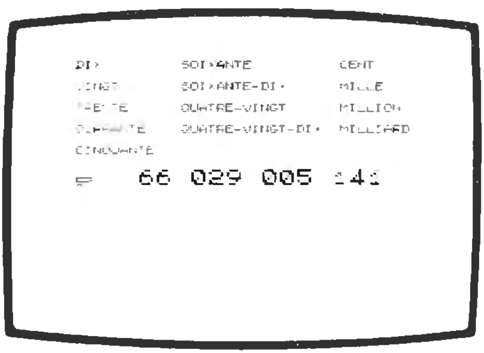
Vous pouvez alors corriger l'écriture de votre nombre.
— Si, alors, vous répondez juste, le nuage blanc sera chassé par un soleil,
— mais si vous vous trompez une deuxième fois, un nuage noir remplace le blanc et la bonne réponse vous est donnée.

Lorsque vous aurez été gratifié d'un soleil ou d'un nuage noir, *frappez une touche* pour continuer.
— Si vous obtenez cinq soleils vous avez gagné et on vous félicite,
— mais si vous obtenez cinq nuages noirs, un orage se déclenche.

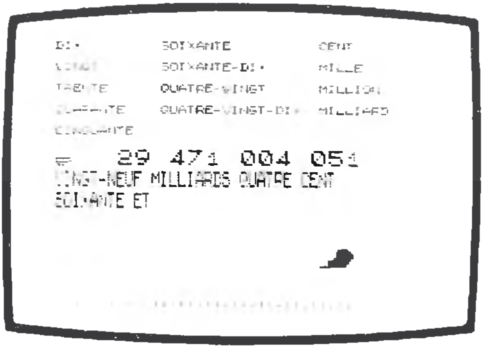


Des chiffres aux lettres (2) :

— Un nombre écrit en chiffres est affiché.
— Vous ne pouvez répondre ici qu'avec le crayon optique. Pour cela, pointez successivement les mots constituant l'écriture parlée du nombre.

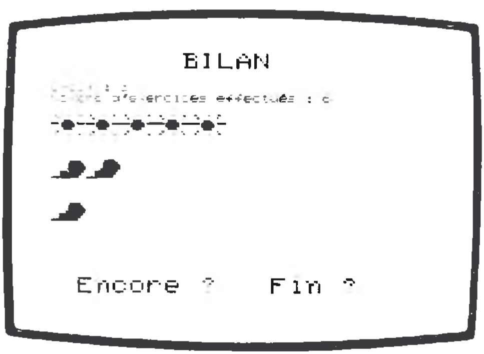


— Votre score est compté comme dans le premier cas : vous avez donc droit à une erreur, mais la seconde est fatale. Après cinq erreurs fatales, c'est l'orage et après cinq bonnes réponses, c'est le plein soleil.



Remarques :

Observez bien l'écriture en lettres des nombres : les pluriels et les traits d'union ne sont pas si faciles à bien mettre ! Après cinq réponses bonnes (ou cinq réponses mauvaises) ou bien lorsque vous frappez sur **RAZ** , une page de choix finale apparaît. Si alors vous choisissez d'« arrêter », la machine montrera sa tristesse en déclenchant le même orage que si vous aviez fait cinq erreurs fatales.



Exercices écrits

Exercice 1. Milliards, millions, mille

Dans la suite de nombres : 8 775 001; 187 234 008 070; 3 241 000 732; 83 071; 230 471; 97 672 226; 165 524 321; 1 984, regrouper les nombres où la plus grande unité est le « milliard », puis les nombres où la plus grande unité est le « million », puis les nombres où la plus grande unité est le « millier ».

Exercice 2

Si la plus grande unité est « milliard », combien le nombre peut-il avoir de chiffres ?
Si la plus grande unité est « million », combien le nombre peut-il avoir de chiffres ?
Si la plus grande unité est « millier » (ou « mille ») combien le nombre peut-il avoir de chiffres ?

Exercice 3

Un nombre a *onze* chiffres. Sa plus grande unité est :...
Donner un exemple, en chiffres :... en lettres :...
Un nombre a *huit* chiffres. Sa plus grande unité est :...
Donner un exemple, en chiffres :... en lettres :...
Un nombre a *cinq* chiffres. Sa plus grande unité est :...
Donner un exemple, en chiffres :... en lettres :...

Exercice 4. Ecrire en lettres

Choisir dans les deux colonnes de droite le nombre qui correspond à l'écriture en lettres donnée à gauche, puis écrire l'autre en toutes lettres :

huit cents	800	8100
quatre-vingt-dix-neuf	42019	99
quatre mille cent	4000100	4100
deux cent soixante-dix-neuf	279	20079
trois millions cent dix	3000110	300110

Exercice 5. Avec trois chiffres

Quels sont tous les nombres que l'on peut écrire en utilisant les trois étiquettes chiffres : $\boxed{1}$ $\boxed{2}$ $\boxed{3}$?
(on peut en trouver six)
Quels sont tous les nombres que l'on peut écrire en utilisant les trois étiquettes chiffres : $\boxed{1}$ $\boxed{1}$ $\boxed{3}$?

Avec quatre chiffres différents (non nuls), combien peut-on écrire de nombres différents ?

Exercice 6. Décomposer en somme

Ecrire en chiffres la décomposition d'un nombre qui correspond à son écriture en toutes lettres :

Exemple : 20 000 080 s'énonce vingt millions quatre-vingts
décomposition : $20 \times (1\ 000\ 000) + (4 \times 20)$.

Complèter : 317 070 87 s'énonce :
décomposition :
437 018 079 s'énonce :
décomposition :

Exercice 7. Jeu de cartes

Des noms de nombres sont présentés sur des cartons indépendants.

Exemple : $\boxed{\text{cent}}$ $\boxed{\text{mille}}$ $\boxed{\text{douze}}$ $\boxed{\text{sept}}$ $\boxed{\text{quatre}}$ $\boxed{\text{trente}}$

Il s'agit de combiner ces cartons pour obtenir des noms de nombres (bien écrits).

Exemple : $\boxed{\text{douze}}\boxed{\text{mille}}\boxed{\text{sept}}\boxed{\text{cent}}\boxed{\text{trente}}\boxed{\text{quatre}}$

On pourra étudier en groupe les questions suivantes :

— En prenant un nombre fixe de cartons (tirés au hasard) ou même tous les cartons, écrire en chiffres les nombres que l'on peut obtenir.

(Attention : décider si 12 700 est « acceptable », à cause de l'accord de « cent ».)

— Quel est le plus grand nombre que l'on peut écrire avec tous ces cartons ?

— Quel est le plus petit ?

Exercice 8. Jeu de mots

Trouver les nombres dont les noms sont cachés ci-dessous (on n'a laissé apparaître que quelques lettres, les autres lettres sont remplacées par des points; replacer les traits d'union éventuels !) :

....ANTE D...	(deux solutions dont une belge)
Q.... .I... .I. ..P.	(deux solutions)
....S ....S ..X ....E	

Contexte pédagogique

A. Instructions officielles

— du C.E. :
« En ce qui concerne la numération orale, son étude sera conçue non comme une simple lecture des nombres écrits, mais aussi comme une occasion de réfléchir sur la façon dont sont construits les noms des nombres. Cependant il ne serait pas opportun de procéder à une analyse systématique et approfondie de la construction des noms des nombres au moment où ces noms sont introduits et où les enfants commencent à les mémoriser. »

— du C.M. :
« Travailler sur un domaine numérique plus vaste (« grands nombres ») permet une réflexion, qui n'a guère été possible jusqu'alors sur les règles de construction des noms des nombres, différentes de celles de la numération écrite (...). »

B. Conseils pédagogiques

Alors que la numération écrite chiffrée s'exprime véritablement en base 10 (il suffit de dix signes différents pour coder n'importe quel nombre), il en va autrement de la numération orale. Cette numération fait intervenir un vocabulaire bien plus étendu et des règles d'usage beaucoup moins rationnelles.
C'est principalement cette difficulté qui rend nécessaire d'observer au C.P. les étapes suivantes :
a. Les nombres jusqu'à 10 (écriture à un chiffre).
b. Les nombres jusqu'à 16 (écriture par un mot).
c. Les nombres jusqu'à 69
d. Les nombres de 70 à 100.

En effet, cette dernière étape (d.) fait intervenir quelques souvenirs d'une ancienne base 20 :
77 : soixante-dix-sept = 60 + 17.
92 : quatre-vingt-douze = 4 × 20 + 12.

A partir de 100, il existe des mots clés qui renseignent sur la longueur de l'écriture chiffrée : le mot « million » rappelle que le nombre écrit en chiffres comporte au moins sept chiffres.

Exemple :
Treize millions cinq cent sept mille quatre-vingt-douze ou bien
(13 × 1 000 000) + (5 × 100 000) + (7 × 1 000) + (4 × 20) + 12
= 13 507 092.

Il est donc nécessaire d'exercer les élèves à la traduction du système oral dans le système chiffré et vice versa.

Ces mots clés permettent de ponctuer la lecture d'un nombre par tranches de trois chiffres, ce que l'usage représente couramment en séparant les tranches. Exemple : 106 456.

A l'intérieur de chaque tranche, le mot « cent » (précédé d'un nombre d'unités, ou absent) permet de distinguer le chiffre le plus à gauche; les deux chiffres de droite sont lus selon les catégories mentionnées plus haut (nombres de 1 à 99).

Un nombre pourrait donc être lu par tranches de trois chiffres, de gauche à droite. Mais l'emploi des mots clés (mille, million,...) nécessite d'avoir évalué d'abord le nombre globalement. De plus, la présence de zéros « intercalaires » complique encore la lecture; les règles d'accord ou d'invariance compliquent l'écriture :

60 004 soixante mille quatre
4 000 000 quatre millions
4 000 quatre mille
400 quatre cents
423 quatre cent vingt-trois

Néanmoins, cet apprentissage est indispensable, l'usage préférant l'écriture en lettres d'un nombre dans le corps d'un texte, et imposant le double codage dans de nombreuses pratiques commerciales.

C. Déroulement standard de la cassette

Choix 1 : Il s'agit de faire correspondre l'écriture chiffrée associée à l'écriture en toutes lettres.
Choix 2 : Exercice inverse : il faut construire l'écriture en toutes lettres d'un nombre écrit en chiffres.

Les nombres utilisés peuvent avoir douze chiffres (milliards). Les erreurs qui peuvent être commises sont immédiatement corrigées par la machine : ceci permet à l'élève de poursuivre l'exercice en tenant compte des indications qui lui sont fournies; il n'est donc pas seulement en situation d'évaluation, mais aussi de renforcement.

Pour la seconde partie, des étiquettes portant des noms de nombres apparaissent : il s'agit de pointer (avec le crayon optique) les étiquettes adéquates (le choix d'étiquettes change après chaque réponse).

Possibilités d'adaptation

Les options sont :
— l'ordre de grandeur des nombres : inférieurs à 1 000, inférieurs à 1 000 000, inférieurs à 1 000 000 000, quelconques.
— Voulez-vous beaucoup de zéros ? (OUI/NON).
— Voulez-vous que les nombres soient écrits avec deux sortes de chiffres ? (OUI/NON) (par exemple : avec des 1 et des 2...)
Si oui, lesquels ?

Les plus grandes difficultés provenant, comme on l'a dit, des zéros intercalaires (non prononcés en français), le programme prévoit la possibilité de faire intervenir ou non cette difficulté. Par ailleurs, la progression sera obtenue par l'ordre de grandeur des nombres choisis.

La dernière option permet, par exemple, d'éviter dans un premier temps les difficultés de numération liées aux traces de « base vingt » (zone de soixante-neuf à quatre-vingt-dix-neuf).

Exemples :

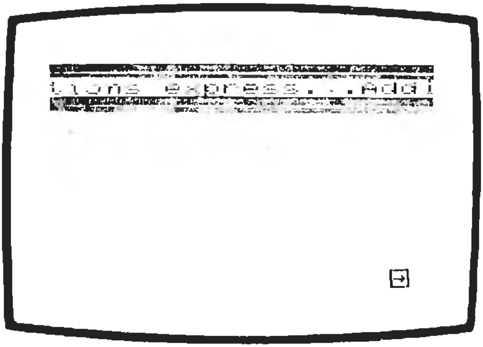
Nombres inférieurs à 1 000,	344
peu de zéros,	434
chiffres 3 et 4.	334
Nombre inférieurs à 1 000 000,	250 006
beaucoup de zéros,	61 083
tous chiffres.	302 104
Nombres inférieurs à 1 000 000 000,	707 870 088
beaucoup de zéros,	80 707 880
chiffres 7 et 8.	878 007 707

Addition et soustraction

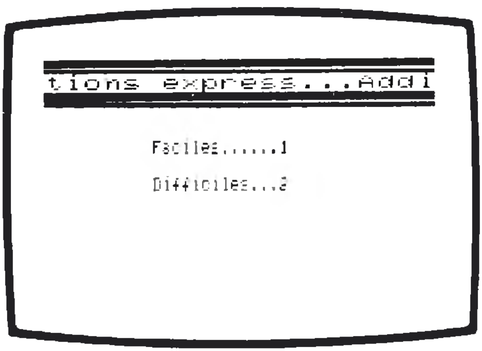
Activité à un, deux ou trois utilisateurs.

Objectif
Réaliser en temps limité
le plus d'additions
et de soustractions possible.

Scénario d'utilisation



Après la page titre, choisissez d'abord entre des additions et soustractions plutôt faciles ou plutôt difficiles.



En frappant la touche **1** (facile) vous aurez à effectuer des opérations du genre :

7,8 – 4,2 5 – 1,1 7,6 + 2,7 6 + 2,2

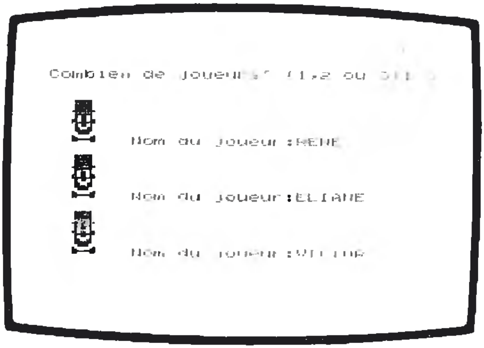
En frappant la touche **2** (difficile) vous aurez à effectuer des opérations du genre :

93,7 + 2,48 68,6 – 2,54 44,1 – 8,79 67,4 – 8,73.

Indiquez ensuite :

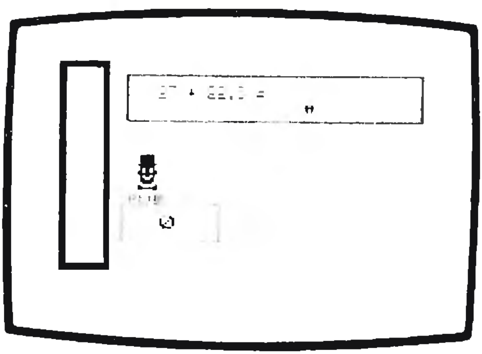
— le nombre de joueurs,
.... en frappant l'une des touches **1**, **2**, **3**.

— le nom de chaque joueur,
.... en frappant un nom suivi de **ENTREE**,
Par exemple : JEAN XXIII **ENTREE**.
(Le nom ne doit pas comporter plus de dix lettres).

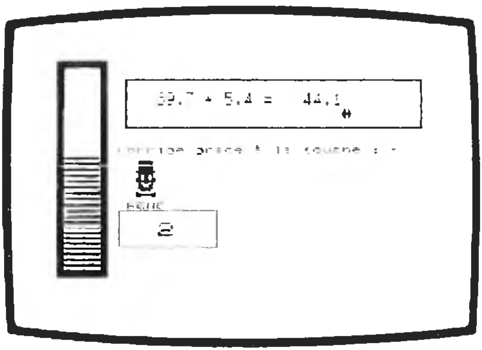


C'est alors au premier joueur d'effectuer le plus d'opérations possibles. Précisément :

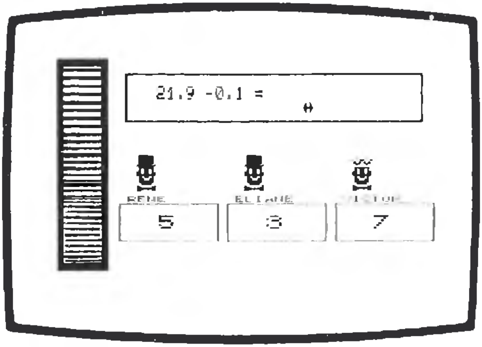
— frapper une touche quelconque,
— une opération apparaît alors.



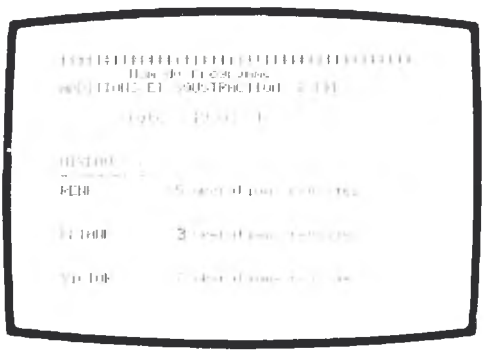
Ecrivez le résultat : Chaque fois que vous frappez une touche, le chiffre correspondant s'écrit au-dessus du signe : ⟷ . Pour vous corriger, vous pouvez utiliser les touches ← et → à droite du clavier. Pour marquer la virgule, vous pouvez frapper indifféremment sur , ou . . Pour indiquer que vous avez fini de frapper le résultat, frappez sur **ENTREE**
Si le résultat est bon, le « chronomètre » s'arrête et ne repart que lorsque vous appuyez sur une touche pour avoir un autre exercice. Si le résultat est mauvais, une musique triste retentit et il vous faut vite le corriger.



Le « chronomètre » est représenté par une colonne (à gauche) qui se remplit. Il dure environ une minute pour les opérations « faciles » et environ deux minutes pour les opérations « difficiles » (en s'arrêtant lorsque aucune opération n'est affichée). Lorsque la colonne est pleine, c'est au joueur suivant de jouer.



Le score de chaque joueur (égal au nombre de résultats justes donnés) est affiché dans un cadre sous son nom. Celui qui obtient le plus de points lorsque le dernier joueur a fini reçoit une magnifique couronne de laurier.



Exercices écrits

Activités préparatoires.

— compter de 5 en 5 en croissant ou en décroissant (à partir d'un nombre fixé)

— trouver le complément à 10 et 20 de nombres donnés, exemple : complément de 17 à 20
réponse : 3

— trouver une autre décomposition d'un nombre annoncé, exemple : on annonce 17 + 7,
réponse : 12 + 12 ou 15 + 9

— trouver le complément à 50 de nombres donnés

— classer trois nombres (puis quatre) du plus petit au plus grand.

Exercice 1. Exercices sur les entiers

A. Trouver le complément à 100 (puis à 1 000).
Exemple : complément de 52,
réponse 48.

On peut faire apparaître plusieurs techniques :

— s'il ne s'agit pas de dizaines : complément à 9 du chiffre des dizaines et complément à 10 du chiffre des unités.

— Au voisinage d'une dizaine :

52 = 50 + 2 son complément est 50 – 2
63 = 60 + 3 son complément est 40 – 3

Trouver les compléments de :

16, 24, 29, 35, 36, 45, 50, 51, 58, 60, 64, 68, 72, 81, 97.

B. Trouver des décompositions additives et soustractives faisant intervenir des centaines (ou des demi-centaines).

Exemple : 72 = 50 + 22,
72 = 100 − 28,

Exemple : 231 = 200 + 31 = 100 + 131,
231 = 300 − 69.

Utiliser ces techniques pour calculer rapidement :

74 + 36 ; 74 - 36 ; 74 + 137 ; 74 - 27 ; 74 + 54 ; 69 + 74.

C. Additions par regroupement :

127 + 159 = (159 + 1) + 126 = 160 + 126
ou
127 + 159 = (130 − 3) + 159 = 289 − 3 = 286

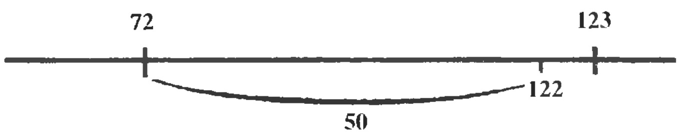
Soustraction comme comptage à rebours :
123 − 72 = 123 − 70 − 2 = 53 − 2 = 51
123 − 69 = 123 − 70 + 1 = 53 + 1 = 54

Calculer ainsi :

226 + 354	365 + 152	732 + 199
145 − 132	365 − 274	732 − 365

D. Soustraction comme distance :

123 − 72 = 50 + 1



Calculer les distances :

de 35 à 75; de 299 à 599 ; de 127 à 377;
de 125 à 721 ; de 148 à 500; de 1 425 à 2 000

Exercice 2. Exercices sur les décimaux

A. Trouver le complément à 1 de :
0,7; 0,4; 0,2
Trouver le complément à 1 de :
0,01; 0,10; 0,99; 0,72
Trouver le complément à 6 de :
0,7; 0,4; 0,2; 3,2; 0,01; 0,25; 3,70; 2,37

B. Calculer les distances :

de 17,3 à 18,3
de 17,3 à 20,5
de 17,3 à 20

C. Calculer les différences :

20,2 – 17,3; 10 – 17,3.

D. Calculer les distances :

de 10,3 à 19,35,
de 13,47 à 15,
de 15,27 à 30,6,
de 42,75 à 72,4.

Exercice 3. A la caisse

Jean a acheté chez l'épicier un fromage à 8,75 F et un pain à 3,40 F.
Combien a-t-il payé ?
Il avait 20 F. Combien lui reste-t-il ?

Contexte pédagogique

A. Instructions officielles

— du C.E. :

« Il est essentiel que les enfants acquièrent des procédures de calcul mental. A cet effet, celui-ci sera pratiqué régulièrement. Ces procédures seront dégagées et validées en liaison avec les propriétés des opérations et des fonctions numériques. Elles seront réinvesties en toutes occasions (...). »

— du C.M. :

« L'objectif du calcul mental est que les enfants soient capables d'effectuer toute une gamme de calculs, sans qu'ils aient appris pour autant à associer de façon stéréotypée une méthode donnée à un type de calculs donné. (...) Selon la forme adoptée, les exercices sollicitent des types d'attention et de mémoire différents dont aucun ne doit être négligé. »

B. Conseils pédagogiques

Le calcul mental n'est pas l'exécution mentale d'une procédure écrite (« poser l'opération ») : il s'agit de mettre en jeu des modes efficaces de représentation mentale. Chaque enfant doit ainsi s'approprier et renforcer ces représentations pour les rendre efficaces et rapidement mobilisables.

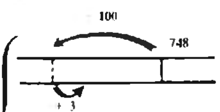
Exemple : 748 + 222

— procédure écrite : $\begin{array}{r} 7\ 4\ 8 \\ +\ \underline{2\ 2\ 2} \\ \dots\dots\dots \end{array}$ (de droite à gauche)

— procédure mentale : 748 + 222 = 750 + 220 = 950 + 20 = 970

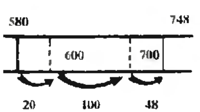
Autres exemples :

748 − 97



748 − 100 + 3 = 648 + 3 = 651

748 − 580

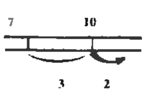


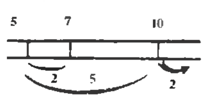
20 + 100 + 48 = 168

1. Le calcul mental met en jeu la mémoire à court terme (ou « mémoire de travail ») c'est-à-dire la capacité de retenir pendant quelques instants (« par cœur ») quelques informations; généralement moins d'une dizaine de chiffres ou de mots indépendants.
Ainsi le calcul mental de 27 812 + 117 489 excède-t-il cette capacité. La capacité de cette mémoire à court terme s'accroît sensiblement jusqu'à l'adolescence. Elle est sans doute variable d'un individu à l'autre. Il est donc utile de l'exercer en des occasions fréquentes par de courtes sollicitations portant sur des mots, des phrases ou de courtes suites de nombres.

2. La possibilité d'utiliser les informations ainsi stockées dépend de l'évocation qu'elles suscitent : ces évocations peuvent être de nature verbale ou visuelle :
L'écriture chiffrée peut évoquer la désignation orale :
92 quatre-vingt-douze : $80 + 12$ ou $(4 \times 20) + 12$
ou la position du nombre sur une échelle numérique :
97 : $97 = 100 - 3$
Ces évocations, ainsi que la connaissance « par cœur » de résultats simples (notamment les décompositions de 5 et de 10) sont des supports efficaces pour le calcul mental.
Il est donc indispensable d'entraîner dès le début du C.E. les enfants :
— à la lecture de nombres écrits en chiffres (et vice versa : dictée de nombres),
— à classer des nombres (ordre croissant ou décroissant)
— à situer les nombres dans un tableau ou sur une échelle numérique (ruban, spirale,...).

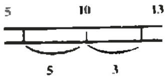
3. Exercices de calcul mental pouvant précéder le travail sur micro-ordinateur :
Compter de 5 en 5, de 10 en 10, en croissant ou décroissant à partir d'un nombre fixé.
Addition et soustraction de « petits nombres ». Les résultats doivent être construits, mais rapidement automatisés :

7 + 5 

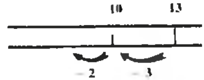
ou 

Résultat : 12

13 − 5



ou



Résultat : 8

A partir d'un nombre entier de dizaines :
50 + 9; 50 + 11; 70 – 3.
Utilisation de complément à la dizaine :
18 + 22; 53 + 17.
Nombres quelconques inférieurs à 100 :
18 + 25; 54 – 27.
Au C.M. : l'un des nombres à trois chiffres (puis les deux)
Au C.M.2 : même progresssion faisant intervenir des nombres décimaux :
0,2 + 7,8 ; 3 − 0,4.
Un chiffre après la virgule, complément à 1...

C. Déroulement standard

L'utilisateur fixe le nombre de joueurs : un, deux, ou trois, et la difficulté : facile ou difficile.

Dans chacun des cas, on travaille sur des nombres décimaux ; pour le cas « difficile », l'un des nombres a un chiffre après la virgule et l'autre deux.

Un chronomètre enregistre les temps de réponse cumulés ; ceci se traduit par un niveau qui monte peu à peu tant que les réponses sont incomplètes ou inexactes (on peut corriger à tout moment une réponse en agissant sur la touche appropriée). La durée entre l'enregistrement d'une réponse correcte et l'apparition de la question suivante n'est pas prise en compte. L'un des objectifs du programme concerne donc la vitesse de réponse. C'est une motivation et un critère important du calcul mental. La possibilité de mettre en compétition plusieurs enfants contribue à cet aspect ludique et renforce cette motivation.

Le programme officiel du C.M. permet trois possibilités :
a. Nombres entiers de trois chiffres.
b. Nombres décimaux de trois chiffres au plus, dont un après la virgule.
c. Nombres décimaux de quatre chiffres.

L'activité (a) doit être maîtrisée dès le C.M.1. Les activités (b) et (c) sont mises en place et exercées au cours du C.M.2.

Possibilités d'adaptation

Voici les possibilités offertes pour chaque niveau :
a. Entiers ou décimaux ?
b. Quelle borne supérieure pour les entiers ?
c. Parties décimales de même longueur ou non pour les décimaux ?
d. Retenue pour les additions ? (OUI/NON)
e. Retenue pour les soustractions ? (OUI/NON)

Ces différentes possibilités permettent de graduer les exercices et de les utiliser dès le C.E. Ainsi on pourra s'inspirer de la progression suivante.
— Opérations sur des nombres entiers à trois chiffres sans retenue. C'est un simple exercice de renforcement des tables d'addition et de soustraction, puisqu'on peut « poser l'opération » mentalement et l'effectuer de gauche à droite. La seule difficulté provient du domaine numérique (de 100 à plus de 1 000), qui n'est pas encore très familier pour les enfants.
— Additions et soustractions de nombres entiers à deux chiffres. Suivant la place dans le cycle élémentaire, cette activité peut être considérée comme une étape d'élaboration ou un exercice d'entretien. Elle permet de mettre en œuvre des représentations mentales différentes de celles que l'on utilise dans le calcul écrit. C'est aussi l'occasion, après coup, de confronter les méthodes employées par plusieurs enfants et d'en comparer l'efficacité.
— Au C.M., les calculs sur les nombres entiers relèvent de l'entretien. C'est la sûreté du calcul et la rapidité d'exécution qui sont en jeu.
Il s'agit ensuite d'acquérir la maîtrise des nombres décimaux et en particulier :
- la comparaison de nombres dont les parties décimales sont inégales,
- l'intercalation d'un nombre entre deux autres,
- les calculs sur les décimaux.
Ce sont des acquisitions difficiles et qui doivent être échelonnées.
— L'utilisation de nombres décimaux dont les parties décimales sont de même longueur, l'intervention d'opérations sans retenue permettent de transposer les méthodes mises en place avec les nombres entiers.
— Calcul avec retenue, parties décimales de même longueur.
— On aborde enfin les situations de calcul dans leur plus grande généralité : parties décimales de longueurs différentes et retenue dans les additions et les soustractions.

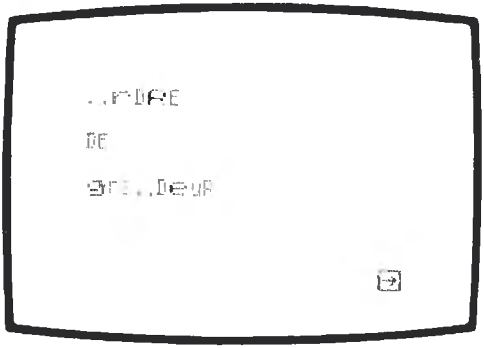
Multiplication
Ordre de grandeur

Activité à un ou deux utilisateurs.

Objectif
Déterminer rapidement
l'ordre de grandeur du résultat
d'une multiplication.

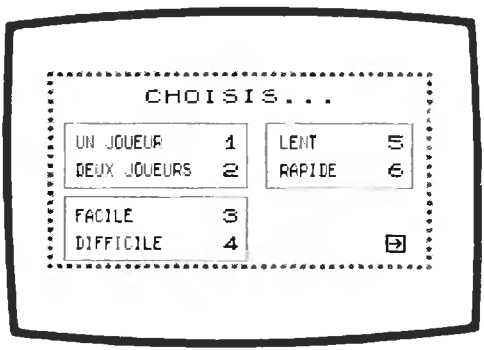
Scénario d'utilisation

Dans ce jeu, on peut indifféremment pointer le crayon ou frapper sur une touche.



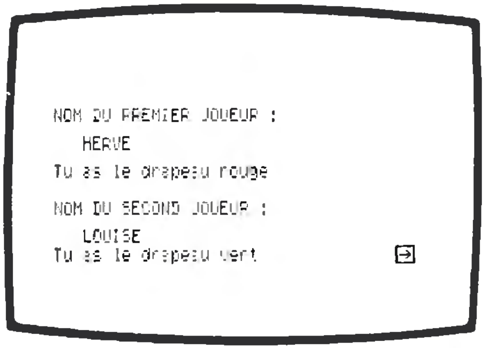
— Après l'affichage de la première page, frappez une touche pour commencer.

— Un menu est alors proposé :

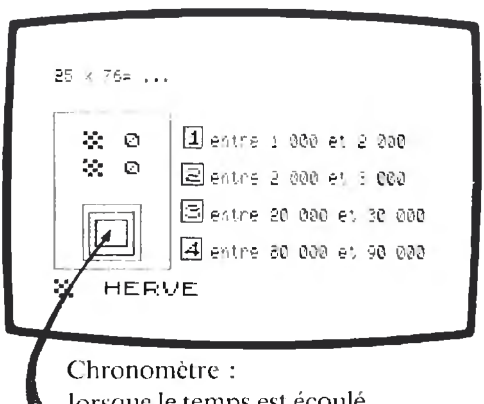


Après avoir indiqué les trois choix réclamés, pointez le crayon n'importe où, ou bien frappez la touche **ENTREE** pour commencer le jeu.

Si vous êtes deux joueurs, l'ordinateur demande alors le nom de chacun et leur attribue un drapeau (rouge ou vert).



Chaque joueur doit alors répondre à cinq questions de la manière suivante :
— effectuer mentalement la multiplication affichée en haut,
— répondre en choisissant, par son numéro, l'un des intervalles proposés à droite.

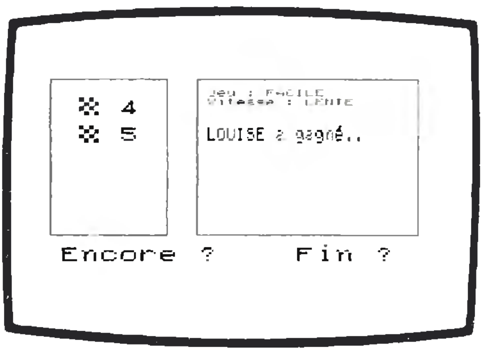


Chronomètre :
lorsque le temps est écoulé,
il est trop tard pour répondre.

Dès que le joueur a répondu (ou bien après que le temps limite est écoulé), la bonne réponse est affichée et un message apparaît (« Eh non ! » ou « Bravo »).

Le score est indiqué dans le cadre gauche à côté du drapeau du joueur. Le programme est alors arrêté; concentrez-vous et frappez sur une touche pour avoir la question suivante (si vous jouez à deux, c'est à l'autre de jouer).

— Après cinq questions...
... si vous jouez seul, la machine indique le nombre d'essais réussis sur cinq.
... si vous jouez à deux, la machine indique le gagnant (ou bien le match nul).



En cas de succès à tous les essais, vous pourrez essayer de jouer « contre la montre » : le temps cumulé de vos réponses est en effet affiché sur la page bilan.

Exercices écrits

Exercice 1. A la caisse du magasin

Pascale a acheté trois Schtroumpfs à 10,50 F l'un,
un bonbon à 0,50 F,
une maison Lego à 76,20 F.

Sans faire le calcul peut-on dire si elle doit payer avec :

a. - un billet de 50 F,
b. - un billet de 100 F,
c. - un billet de 100 F et un billet de 50 F,
d. - deux billets de 100 F ?

Faire une estimation, puis la vérifier.

Exercice 2. Produits particuliers

Pour trouver l'ordre de grandeur d'un produit, commencer par répondre aux questions suivantes :

$10 \times 10 =$	$99 \times 99 =$
$10 \times 100 =$	$99 \times 999 =$
$100 \times 100 =$	$999 \times 999 =$

Voici des nombres dont certains chiffres sont cachés : peut-on savoir le nombre de chiffres du produit ?

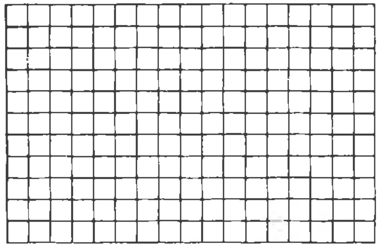
4 □ × 4 □□
1 □□ × 2 □□
2 □□ × 33 □

Peut-on deviner quel pourrait être le chiffre de plus haut rang (chiffre de gauche) ?

Exercice 3. Produits approchés

On peut représenter un produit par un quadrillage.

17 × 11 est ainsi représenté ci-dessous :



On voit que 17 × 11 est certainement compris entre 17 × 10 et 20 × 11, c'est-à-dire entre 170 et 220.
Employer la même méthode pour comparer :

27 × 53 et 31 × 46 ; 46 × 27 et 44 × 28

Exercice 4

En utilisant une autre méthode, peut-on montrer que :
17 × 4 est compris entre 15 × 4 et 20 × 4 ?
28 × 6 est compris entre 20 × 6 et 30 × 6 ?
99 × 7 est compris entre 90 × 7 et 100 × 7 ?
99 × 99 est compris entre 8 100 et 10 000 ?

Exercice 5. Nombres de chiffres

Combien de chiffres peut avoir le produit de deux nombres de deux chiffres ?
plus généralement :
□□ × □□□ Résultat : ?...... chiffres
□□□ × □□□ Résultat : ?...... chiffres

Exercice 6. Trouver le nombre

Trouver des nombres b pour que la condition indiquée soit satisfaite dans chaque cas :

$124 \times b = c \qquad c < 10$
$124 \times b = c \qquad c < 1$
$124 \times b = c \qquad c < 0{,}1$
$531 \times b = c \qquad c < 100$
$531 \times b = c \qquad c < 10$

Exercice 7. Problèmes pratiques

Une grenouille (entraînée) est capable de sauter 5,30 m.
Mais un kangourou peut sauter 2,5 fois plus loin.
Peut-il franchir plus ou moins 13 m ?

Exercice 8

Le son parcourt 340 mètres par seconde.
Le bruit d'un pétard à l'entrée du tunnel du Simplon (en Suisse) mettrait 57 secondes pour parvenir en Italie.
Quelle est la longueur approximative du tunnel ?

Exercice 9

Une table de ping-pong mesure 2,74 m sur 1,52 m.
Quelle est approximativement l'aire de la table ?
Même question pour un court de tennis, mesurant 23,77 m sur 10,97 m.
Combien de tables de ping-pong faudrait-il pour recouvrir un court ?
10 ? 30 ? 60 ? 100 ?

Exercice 10

Un enfant de dix ans a-t-il vécu :
5 000 minutes ?
50 000 minutes ?
500 000 minutes ?
5 000 000 minutes ?

Contexte pédagogique

A. Instructions officielles

— du C.E. :
« Il est essentiel que les enfants acquièrent des procédures de calcul mental. A cet effet, celui-ci sera pratiqué régulièrement. Ces procédures seront dégagées et validées en liaison avec l'étude des propriétés des opérations et des fonctions numériques. Elles seront réinvesties en toutes occasions, notamment par la détermination de l'ordre de grandeur ou l'encadrement d'un résultat. »

— du C.M. :
« Il ne suffit pas de savoir effectuer un calcul, il est essentiel de pouvoir en contrôler la vraisemblance (...) c'est-à-dire surtout évaluer l'ordre de grandeur de ce résultat. Cette évaluation est l'occasion de mettre en œuvre des procédures mentales de calcul approché. »

B. Conseils pédagogiques

L'apprentissage du calcul comporte différents aspects :

— L'aspect logique concerne la signification des opérations et le choix de l'opération à effectuer à propos de situations posant problèmes.
— L'aspect technique ou algorithme de calcul. Il peut sembler que la diffusion de plus en plus large des calculettes risque de rendre la pratique du calcul écrit de moins en moins courante : les machines produisent très rapidement des résultats précis. Mais, outre qu'il n'est pas souhaitable d'accroître exagérément la dépendance à l'égard de la machine, il est des cas où il est plus efficace de ne pas y avoir recours. C'est pourquoi on peut distinguer, quant à l'aspect technique, trois niveaux :

1. Un certain nombre de résultats peuvent, à bon droit, être connus « par cœur », en particulier les tables d'addition et de multiplication. Il ne viendrait à l'idée de personne ni de recourir à une calculette, ni de poser l'opération pour obtenir :

7×8 $\qquad$ 13×10 $\qquad$ 11×9 $\qquad$ $0{,}1 \times 0{,}1$

2. Dans certains cas un peu plus complexes, un entraînement correct au calcul mental permet d'obtenir le résultat :

75 + 98 117 + 23 15 % de 300 25 × 6

3. Dans d'autres cas enfin, on peut se satisfaire d'un ordre de grandeur, c'est-à-dire d'une estimation du résultat.

S'il s'agit de peindre ou de carreler une surface dont la longueur est 7,35 m et la largeur 4,75 m, il suffit de savoir que l'aire est environ de 35 m^2. Ce calcul approché permet en particulier, si l'on trouve 25 5075 avec une calculette, de diagnostiquer une fausse manœuvre. Dans beaucoup de situations concrètes où les nombres représentent des mesures de grandeur (elles-mêmes approchées), il est beaucoup plus pertinent de rechercher un encadrement du résultat qu'une illusoire précision. On mesure le diamètre d'un ballon : on trouve 14,2 cm. Il n'est guère acceptable de considérer que la mesure de son volume est 11 993,71 273 cm^3. 12 dm^3 est une approximation très satisfaisante.

C. Déroulement standard

L'utilisateur a le choix entre deux niveaux de difficulté (facile/difficile) et deux rythmes de jeu (lent/rapide). Le jeu peut concerner un ou deux joueurs.

La cassette propose deux types de problèmes selon la difficulté choisie :

1. Situer un produit de deux nombres entiers de deux chiffres par rapport à quatre propositions.

Par exemple, 57 × 43 est-il :

— inférieur à 200 ?

— compris entre 200 et 2 000 ?

— compris entre 2 000 et 5 000 ?

— supérieur à 5 000 ?

2. Même types d'exercices avec des nombres décimaux à trois et quatre chiffres.

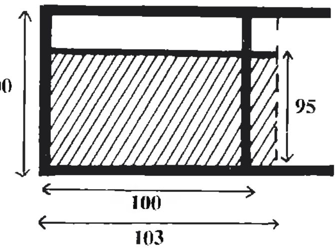
La première activité se situe soit dès le CE2, soit au CM1. Il est en particulier très important de savoir placer très tôt un produit par rapport aux puissances de 10 (100, 1 000, 10 000...) pour être capable d'estimer le nombre de chiffres d'un quotient. La seconde activité se situe naturellement au C M 2.

Il est souhaitable d'observer une progression des difficultés dans la préparation de ces activités.

a. L'un des facteurs est « simple » (multiple de 10), l'autre un peu supérieur à un multiple de 10 : 20×31 ou un peu inférieur à un multiple de 10 : 30×49. Le résultat approché peut être situé par rapport au résultat exact (dans le premier cas il est inférieur, dans le second supérieur).

b. Les deux nombres sont proches d'un multiple de 10 (ou de 100) : 49×22 ou 103×95.
Dans ce cas, on peut facilement situer le résultat approché par rapport au résultat exact. On pourra faire apparaître la pertinence de l'approximation soit par une représentation, soit par le calcul :

$$\begin{aligned} 103 \times 95 &= (100 + 3) \times (100 - 5) \\ &= 1\,000 + 300 - 500 - 15 \\ &= 10\,000 - 200 - 15 \end{aligned}$$



c. L'un des nombres est décimal :
$125 \times 0{,}12$ ou 12 % de 125.
Il convient de faire observer que le résultat d'un produit n'est pas toujours supérieur à chacun des facteurs : si l'un des facteurs est inférieur à l'unité, le résultat est encadré par ces deux facteurs.

d. Les deux nombres sont décimaux :
$0{,}06 \times 0{,}14$ ou $12{,}7 \times 0{,}001$.

De tels exercices doivent être motivés, fréquents, rapides. Toutes les occasions où se rencontre un calcul doivent donner lieu à une estimation du résultat; celle-ci doit, pour avoir un intérêt, conduire à un résultat plus rapidement que le calcul écrit ou le recours à la calculette. Ce n'est que si le calcul exact a un intérêt réel (ce qui n'est quand même pas rare !) qu'il sera conduit jusqu'au bout. Le programme a pour but d'entraîner cette rapidité et de permettre cette fréquence, en situation individuelle ou par petits groupes.

Possibilités d'adaptation

Voici les options proposées :

NIVEAU 1 (facile) :
Deux entiers de deux chiffres.
— Voulez-vous que l'un des facteurs soit un multiple de 10 ?
— Voulez-vous interdire l'apparition de nombres « proches » d'un multiple de 10 par valeurs inférieures ?

NIVEAU 2 (difficile) :
— Entiers ou décimaux ? (E/D)
— Combien de chiffres au premier facteur ? (2, 3, ou 4)
— Combien de chiffres au second facteur ? (2 ou 3)

Si entiers :
— Voulez-vous proposer les quatre intervalles :
0 à 999; 1 000 à 9 999; 10 000 à 99 999; 100 000 à 999 999 ?

Si décimaux :
— Voulez-vous un des nombres inférieur à 1 ? (OUI/NON)
— Voulez-vous les deux inférieurs à 1 ? (OUI/NON)
— Voulez-vous proposer les quatre intervalles :
0,1 à 1; 0,01 à 0,1; 0,001 à 0,01; 0,0001 à 0,001 ?

1.a. Facteurs entiers, dont un multiple de 10.
Par exemple : 43×60
On obtient facilement un encadrement simple en considérant les dizaines les plus proches du premier facteur :
$40 \times 60 = 2\,400 < 43 \times 60 < 50 \times 60 = 3\,000$
Il ne s'agit là par conséquent que d'une révision de la numération (produit par 10) et des tables de multiplication.

1.b. Exclusion des nombres proches d'un multiple de 10 par valeurs inférieures.
La succession numérique croissante (exemple 40 → 43) étant beaucoup plus fortement renforcée que la succession décroissante (exemple 40 → 38), l'enfant recourt plus volontiers à une approximation par la dizaine inférieure :
Par exemple pour estimer 41×33, on calcule 40×30.

Lorsque l'un des nombres est proche d'une dizaine par valeurs inférieures, cette approximation est médiocre :
$41 \times 39 = 1\ 599$ alors que $40 \times 30 = 1\ 200$
L'approximation de 39 par 40 serait bien meilleure : $40 \times 40 = 1\ 600$, mais il est alors difficile de savoir si cette approximation est inférieure ou supérieure au résultat exact.

2.a. Entiers.

La recherche d'une approximation repose d'abord sur le repérage de l'ordre de grandeur de chaque nombre (par le nombre de ses chiffres).
Pour être assuré du nombre de chiffres du résultat, la considération du chiffre de plus haut rang (ici : centaines) suffit généralement :
4 . . × 3 . . le résultat est supérieur à 100 000 (il est compris entre 120 000 et 200 000). Par contre 2 . . × 3 . . pourrait avoir cinq ou six chiffres (résultat compris entre 60 000 et 120 000). Ces distinctions pourront être abordées progressivement en utilisant la troisième option (intervalles limités par des puissances de 10).

2.b. Décimaux.

L'une des difficultés à franchir, s'agissant du calcul sur les décimaux, consiste d'abord à renoncer à l'idée (dont on a pu se convaincre avec les entiers) que le produit est toujours supérieur à chaque facteur. On observera donc une étape consistant à opérer d'abord avec l'un des facteurs inférieur à l'unité : $0{,}1 \times 12$ peut être conçu comme 1/10 de 12 ou 10 % de 12 (donc proche de l'unité).
C'est donc la lecture du nombre décimal qui renseignera sur l'ordre de grandeur du produit : $0{,}12 \times 724$ est voisin de $0{,}1 \times 700$.
La position après la virgule du premier chiffre significatif (non nul) renseigne sur la division à opérer : $700 \times 0{,}1 = 70$; $700 \times 0{,}01 = 7$

2.c. Décimaux inférieurs à 1.

La seconde difficulté (consécutive à la précédente) consiste à se convaincre que le produit de deux décimaux inférieurs à l'unité est inférieur à chacun d'eux : $0{,}1 \times 0{,}1 = 0{,}01$

La considération des distances à la virgule des chiffres significatifs renseigne sur l'ordre de grandeur :
$0{,}031 \times 0{,}12$ est voisin de $\underset{2^{\text{ème}}\ \text{rang}}{0{,}03} \times \underset{1^{\text{er}}\ \text{rang}}{0{,}1} = \underset{3^{\text{ème}}\ \text{rang}}{0{,}003}$

Division

Activité pour un utilisateur.

Objectif
Illustrer le mécanisme
de la technique habituelle
de la division.

Scénario d'utilisation

— Après l'affichage de la première page, un menu vous propose :

Vous pouvez répondre soit avec le crayon, soit en *frappant une touche* du clavier.

Au niveau $\boxed{1}$, vous aurez à faire des divisions du genre :

115 : 3 (une soustraction à la fois)

Au niveau $\boxed{2}$, vous aurez à faire des divisions du genre :

1 272 : 87 (une soustraction à la fois)

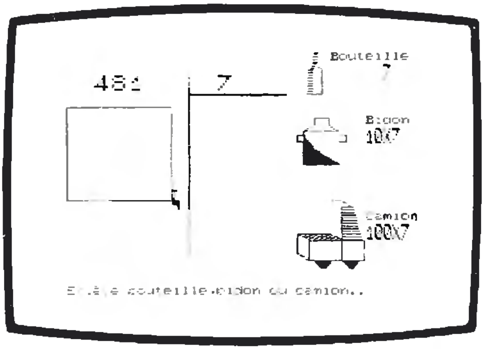
Au niveau $\boxed{3}$, vous aurez à faire des divisions du genre :

697 : 5

Au niveau $\boxed{4}$, vous aurez à faire des divisions du genre :

2 186 : 76.

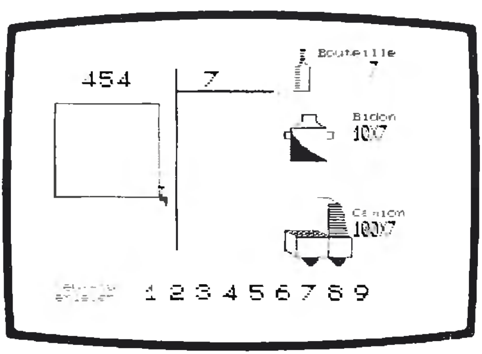
Sur l'écran de l'ordinateur on voit :



Pour « enlever » ce que vous voulez, pointez avec le crayon sur le dessin d'une bouteille, d'un bidon, ou d'un camion.

Remarques :

— Aux niveaux $\boxed{1}$ et $\boxed{2}$, on ne peut enlever les bouteilles ou les bidons qu'un par un.
— Aux niveaux $\boxed{3}$ et $\boxed{4}$, on peut en enlever un certain nombre d'un seul coup.

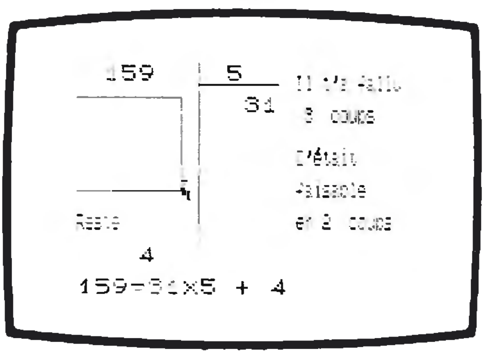


Pour cela, pointez le crayon optique sur le chiffre désiré, puis pointez sur le dessin d'une bouteille, d'un bidon, ou d'un camion.

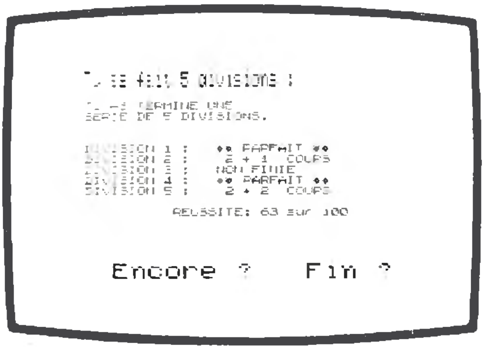
— Effectuer la division de 481 par 7, c'est chercher combien de fois 7 est contenu dans 481.
On va pratiquement soustraire à 481 un certain nombre de fois 7 ou un certain nombre de fois 10 × 7 ou un certain nombre de fois 100 × 7.
Ces soustractions successives sont comptabilisées à la place du quotient jusqu'à ce que le reste devienne inférieur à 7.

— Suivez bien la transformation du reste et du quotient après chaque manœuvre. Vous verrez que, petit à petit, vous comprendrez mieux ce que vous faites, lorsque vous effectuez une division avec la technique habituelle.

— Lorsque le reste devient plus petit que le diviseur, une petite musique avertit de la fin de l'activité. La relation liant le dividende, le diviseur, le quotient et le reste est alors affichée, et un message vous indique si vous avez effectué les manœuvres les plus rapides possibles.



Après une série de cinq divisions, un bilan vous est donné. Pour recommencer, frappez **E** .



Exercices écrits

Exercice 1. Multiples

Construire la série des multiples de 12 sous forme de tableau :

1	2	3	4	5…
1	24	36	48	60…

A. Situer les nombres suivants dans la série :
85; 123; 212
par exemple :
$84 < 85 < 96$ ou encore $7 \times 12 < 85 < 8 \times 12$.

Même question avec les multiples de 75 et les nombres 465; 748; 1 223.

B. Est-ce que le nombre 2 016 figure dans la table des multiples de 12 ?
Et dans la table des multiples de 18 ?
Et dans la table des multiples de 21 ?
Et dans la table des multiples de 25 ?
Compléter chacune des égalités :

$2\,016 = 12 \times .... + ...$
$2\,016 = 18 \times .... + ...$
$2\,016 = 21 \times .... + ...$
$2\,016 = 25 \times .... + ...$

Exercice 2. Situations de division

Un horticulteur a cueilli 413 œillets. Combien pourra-t-il faire de bottes de 25 œillets ?
Pour répondre, construire la série des multiples de 25.
Répondre à la même question s'il en a cueilli 675.

Exercice 3

Un pilote automobile a parcouru pendant 24 heures un circuit de 15 km. Il a couvert la distance de 4 440 km.
A-t-il parcouru moins de 200 fois le circuit ?
plus de 200 fois le circuit ?
A-t-il parcouru moins de 400 fois le circuit ?
plus de 400 fois le circuit ?
Calculer le nombre de tours complets qu'il a faits.
Combien a-t-il fait, en moyenne, de tours à l'heure :
plus de 10 ? moins de 10 ?
plus de 20 ? moins de 20 ?

Exercice 4. Inégalités

Choisir deux nombres consécutifs dans la liste : 0; 1; 10; 100; 1 000; 10 000 de manière que les inégalités suivantes soient vérifiées :

$21 \times \ldots < 8\,752 < 21 \times \ldots$

$115 \times \ldots < 341 < 115 \times \ldots$

$42 \times \ldots < 18\,127 < 42 \times \ldots$

$6 \times \ldots < 734 < 6 \times \ldots$

Exemple :

$$\underbrace{12 \times 10}_{120} < 241 < \underbrace{12 \times 100}_{1\,200}$$

Exercice 5

On peut faire des calculs plus précis : chercher deux chiffres qui se suivent pour compléter chacune des inégalités précédentes.

Exemples :

— à une dizaine près :
$12 \times 20 < 342 < 12 \times 30$

— à une unité près :
$12 \times 24 < 342 < 12 \times 25$

— à une dizaine près :
$13 \times ?0 < 578 < 13 \times ?0$

à une unité près :
$13 \times ?? < 578 < 13 \times ??$

— à une centaine près :
$21 \times ?00 < 8\ 752 < 21 \times ?00$

à une dizaine près :
$21 \times ??0 < 8\ 752 < 21 \times ??0$

Exercice 6. Quotient et reste

Compléter ce tableau :

DIVIDENDE	DIVISEUR	NOMBRE DE chiffres du quotient	ORDRE DE grandeur du quotient	QUOTIENT	RESTE
809	7	3	100	115	4
824	17	.....	.....	.....	.....
824	303	.....	.....	.....	.....
285	90	.....	.....	.....	.....
7 285	80	.....	.....	.....	.....

Ecrire les égalités traduisant la division.

Exemple : $809 = 115 \times 7 + 4$

Exercice 7. Calcul mental

Diviser par 10, puis par 100, chacun des nombres suivants. 812; 910; 1 010; 1 200; 40 100.
Trouver des règles simples qui permettent de calculer facilement le quotient et le reste.
Diviser par 5 chacun des nombres suivants :
17; 36; 45; 68; 90; 113.
Ecrire à chaque fois le quotient et le reste.

Diviser maintenant par 10 le double des nombres :
34; 72; 90; 136; 180; 226.
Ecrire le quotient et le reste, puis comparer au résultat précédent. Trouver une règle simple pour diviser par 5.

Diviser par 25 les nombres :
125; 165; 215; 675; 1 000; 1 026.
Ecrire le quotient et le reste.
Maintenant, multiplier les dividendes par 4, puis diviser par 100.
Comparer les quotients et les restes obtenus aux résultats précédents.

Exercice 8
Trouver trois nombres qui ont pour reste 12 quand on les divise par 30.

Exercice 9. Trente mille jours
Un livre de souvenirs (de M. Genevoix) a pour titre « Trente mille jours ». Combien d'années cela fait-il ?

Contexte pédagogique

A. Instructions officielles

— du C.E. :

« Il ne s'agit que de savoir reconnaître des situations relevant de la division. On se borne à des méthodes empiriques de calcul du quotient et du reste : encadrement du dividende entre des multiples du diviseur, ou soustractions successives. Les enfants participent à l'élaboration de ces méthodes qui seront utilisées sans conduire à une technique ou une disposition particulière. »

— du C.M. :

« C'est l'occasion d'une réorganisation des acquisitions sur addition, multiplication, soustraction, et ordre sur les nombres. Il s'agit d'accéder à des techniques codifiées qui devront être ensuite parfaitement maîtrisées. La progression concerne :
— l'ordre de grandeur du diviseur,
— la recherche de procédures économiques,
— le prolongement à l'ensemble des nombes décimaux (C.M.2). »

B. Conseils pédagogiques

La division est considérée avec raison, à l'école élémentaire, comme un objet important et hérissé d'embûches. De façon théorique, on peut réduire le problème de la division de A par B à la recherche de deux nombres Q et R tels que : $A = (B \times Q) + R$

avec une condition supplémentaire : $R < B$ (division dans $\mathbb{N}$).
$R < 10^{-p}$ (division dans $\mathbb{D}$, à la précision $1/10^p$).

Exemples :

$13 = (3 \times 4) + 1$	Quotient 4	reste 1.
$13 = (3 \times 4{,}33) + 0{,}01$	Quotient 4,33	reste 0,01 (précision du centième).

On distingue les aspects suivants (en relation les uns avec les autres) :
— compréhension de la division,
— élaboration d'une technique,
— recherche d'une technique efficace,
— application à la résolution de problèmes.

C. Situations de division

Deux types de situations introduisent à l'idée de division :
d'une part, l'inversion de la multiplication (multiplication « à trous »).
Exemples :
$12 \times 7 = \square$ (multiplication directe)
$12 \times \square = 84$ (multiplication inversée).
D'autre part, et plus généralement, les situations de partage (ou de répartition) :
« Combien peut-on remplir de boîtes de douze œufs avec 500 œufs ? »

Dans ce dernier cas, une analyse méthodique fait apparaître trois étapes :

a. Il semble naturel de partir de 500 œufs et de remplir une boîte puis une autre, etc., donc de procéder par soustraction itérée (en comptant les étapes) :

500	− 12	− 12	− 12...
	1°	2°	3°...

b. On peut abréger la démarche en pensant que dix boîtes contiendraient 120 œufs, les compter d'un coup, et tenter de recommencer :

500	− 120	− 120	− 120...
	10	20	30 ...

c. Le but étant de systématiser cette démarche pour obtenir plus rapidement le résultat, on peut trouver utile de commencer par préparer la liste des multiples de 12 :

1	2	3	4	......	10	20	...
12	24	36	48		120	240	

On essaie alors d'insérer 500 dans la liste des multiples,ce qui conduit à l'écriture : $492 < 500 < 504$, ou encore : $12 \times 41 < 500 < 12 \times 42$, ou enfin : $500 = (12 \times 41) + 8$.

Autre exemple :

$$\begin{array}{r|l} 397 & 17 \\ \cline{2-2} & \\ \end{array}$$

La technique habituelle consiste à loger le plus grand multiple de 170 (puisqu'il est clair que 397 est inférieur à 1 700). 397 contient 10 × 17, mais aussi 20 × 17 (soit 340), mais pas 30 × 17.

$$\begin{array}{r|l} 397 & 17 \\ \cline{2-2} \underline{340} & 2 \\ 57 & \\ \end{array}$$

On écrit donc le nombre de dizaines : 2 et l'on retranche 340 de 397 : il reste 57. On cherche ensuite à loger le plus grand multiple de 17 (il est évidemment inférieur à 10 × 17) : c'est 3 × 17 (soit 51) que l'on retranche de 57. Il reste 6. Le quotient est de 23.

$$\begin{array}{r|l} 397 & 17 \\ \cline{2-2} \underline{340} & 23 \\ 57 & \\ \underline{51} & \\ 6 & \\ \end{array}$$

Cette méthode permet de réduire le nombre d'essais. La position du dividende A par rapport à 10 × B, 100 × B, 1000 × B, (B étant le diviseur) joue un rôle important.

D. Déroulement standard

Le programme propose deux types de situations :

— Soustraction pas à pas :
L'enfant peut retrancher du dividende (en désignant son choix à l'aide du crayon optique) : une fois, dix fois, cent fois le diviseur.
Niveau $\boxed{1}$: le diviseur est un nombre de un chiffre.
Niveau $\boxed{2}$: le diviseur est un nombre de deux chiffres.

— Soustraction d'un multiple :
En désignant successivement un chiffre et un produit du diviseur par 1, 10 ou 100, l'enfant peut retrancher du dividende plusieurs centaines de fois, plusieurs dizaines de fois, plusieurs fois le diviseur.
Niveau $\boxed{3}$: le diviseur est un nombre de un chiffre.
Niveau $\boxed{4}$: le diviseur est un nombre de deux chiffres

— Au cours élémentaire, cette activité peut être considérée comme une situation-problème à étudier individuellement ou en petits groupes, conduisant à la signification de la division. Une synthèse orale est indispensable pour connaître les réflexions des enfants et éventuellement corriger les erreurs de conception.

— Au cours moyen, le but visé est d'aboutir à une technique efficace de calcul. Les niveaux $\boxed{1}$ et $\boxed{2}$ permettent aux enfants de se construire une démarche personnelle (on les confrontera en groupe). Il est souhaitable de jalonner ces recherches de témoignages écrits.

Par exemple s'agissant de diviser 3 752 par 73 on a obtenu successivement :

$$3\,752 = (10 \times 73) + 3\,022$$
$$3\,752 = (20 \times 73) + 2\,292$$
$$3\,752 = (23 \times 73) + 2\,073$$

etc.

Aux niveaux $\boxed{3}$ et $\boxed{4}$, il s'agit d'obtenir le résultat par le nombre minimal d'étapes. C'est pourquoi l'enregistrement écrit des résultats intermédiaires est particulièrement intéressant pour la confrontation des démarches.

La technique habituelle de la division (qui fait l'économie de l'écriture des résultats partiels) cumule des difficultés relatives à l'estimation d'un produit et au calcul mental de soustractions. L'emploi de certaines variantes permettra d'exercer séparément quelques-unes de ces compétences requises.

Possibilités d'adaptation

Voici les options proposées :
Niveaux [1] et [3] : diviseur à UN chiffre entre... et...
Dividende inférieur à 950 entre... et...
Niveaux [2] et [4] : diviseur à DEUX chiffres entre... et...
Dividende inférieur à 3 000 entre... et...
Plusieurs divisions avec le même diviseur ? (OUI/NON)
Divisions qui tombent juste ? (OUI/NON)
Niveaux [2] et [3] : divisions uniquement par 10 et 100 ? (OUI/NON)

(Attention : ne pas choisir des options incompatibles.)

Exemples :
1. Diviseurs limités à 10 et 100 :
Ceci permet de renforcer l'estimation de l'ordre de grandeur. L'enfant propose une réponse par anticipation et vérifie si elle est correcte.

2. Divisions qui tombent juste :
Lorsque les quotients sont exacts, les résultats partiels coïncident avec la suite des multiples. Cette option permet aussi de renforcer la connaissance des tables de multiplication (notamment si le diviseur n'a qu'un chiffre).

3. Limitation du diviseur :
En fixant le diviseur (par exemple, pour le fixer à 7, on le choisit entre 7 et 7), on est conduit à exercer la connaissance des tables de multiplication (ici par 7).

4. Limitation du dividende :
En immobilisant le dividende (par exemple pour le fixer à 120, on le choisit entre 120 et 120), on est amené à envisager l'ensemble des diviseurs d'un nombre.
En fin de C.M. la question peut même être soumise aux enfants : quel intervalle imposer au dividende (et/ou au diviseur) pour obtenir un quotient compris entre... et... ?

Quelques conseils utiles aux parents ou à l'enseignant

1. ***Utilisez le logiciel comme un « élève ».***
Cela vous permettra d'en apprécier les possibilités et les limites afin de mieux préparer son utilisation.

Prenez simplement l'habitude de frapper sur **INS** à la page-titre (au lieu de n'importe quelle touche) si vous voulez pouvoir enregistrer sur cassette vos modifications. (« INS » comme instituteur).

2. ***Lisez tout ou partie de la notice correspondante.***
Chaque notice comporte :

— Un « scénario d'utilisation » : les copies d'écran montrent assez bien le genre d'activités proposées.

— Des « fiches d'activités-élèves » : ces fiches de travail (écrit) permettent soit de préparer le travail sur ordinateur,soit de le prolonger. Les activités sur ordinateur s'insèrent ainsi comme élément complémentaire d'un processus éducatif dans lequel chaque outil a ses propres objectifs.

— Le « contexte pédagogique » du logiciel : on précise ici les objectifs du logiciel, la manière dont il se place par rapport à l'apprentissage de notions voisines ou à d'autres types d'activités.

— Des exemples de « possibilités d'adaptation » : les modifications que vous pourrez apporter devraient vous permettre d'adapter le logiciel à votre élève ou à votre classe.

Vous pourrez par exemple :

• Choisir les données en fonction des intérêts de l'élève ou de la classe à un moment précis : un même logiciel peut être utilisé à plusieurs mois d'intervalle avec des données différentes modifiant le niveau ou l'objectif du logiciel.

• Changer le niveau du logiciel : des données différentes permettent d'utiliser le même logiciel avec des « élèves » d'âge ou de maturité différents.

• Changer parfois l'objectif même du logiciel.

• Prévoir plusieurs séries de données : l'élève pourra alors, en les utilisant successivement, franchir les étapes que vous aurez organisées pour lui.

Comment adapter le logiciel pour vos enfants ?
Lorsque la *page titre* est affichée, frappez sur la touche INS .

Lorsque la *page menu* est affichée, frappez sur les touches :
INS ENTREE

Le programme vous interroge sur les modifications que vous souhaitez apporter et vous demande la liste des textes ou des nombres que vous voulez « entrer ». Afin d'utiliser au maximum les possibilités qui vous sont offertes, vous avez évidemment intérêt à lire préalablement le chapitre correspondant dans la présente brochure.

Nous avons simplifié le plus possible l'entrée de vos données. Ainsi, pour répondre « oui », il suffit de frapper sur O et pour répondre « non », sur N . D'autre part, c'est à vous de vérifier la compatibilité de vos réponses aux diverses questions.

Lorsque vous avez réalisé cette adaptation des données, vous avez le choix entre deux possibilités :

— ou bien faire travailler immédiatement sur ces données et lorsque la machine sera éteinte (ou le programme interrompu), ces données seront « perdues ». Pour cela appuyer sur P (comme Programme !).

— ou bien enregistrer ces données sur la cassette, à la suite de l'enregistrement du programme. Après avoir appuyé sur C (comme Cassette), il faut alors :

• Placer l'adhésif obturant l'encoche de protection de la cassette (voir la note, pour une autre possibilité).

• Appuyer sur la touche « enregistrement » du lecteur de cassettes (vérifier préalablement que le lecteur est bien connecté au micro-ordinateur).

• Frapper le code déclenchant cet enregistrement. Ce mode est la suite de deux lettres : E N

A partir de maintenant, la cassette contient vos propres données ; si vous voulez retravailler plus tard avec les données initiales « Nathan », il vous faudra frapper sur **INS** à l'apparition de la *page titre*.

Vous pouvez modifier vos propres données. Il suffit pour cela de recharger le programme et de « frapper **INS** à l'affichage de la *page titre* puis **INS** **ENTREE** à l'affichage de la *page menu* ». Vos nouvelles données remplaceront alors les précédentes.

Note : Vous pouvez, si vous le voulez, utiliser une autre cassette pour enregistrer vos données et/ou enregistrer plusieurs séries de données sur une même cassette. Il vous faut alors, après avoir appuyé sur **C** , enlever la cassette-programme et placer votre « cassette-données » personnelle (attention ! faites avancer la bande pour dépasser « l'amorce » sur laquelle vous ne pouvez rien enregistrer).

A l'utilisation l'élève devra alors :
— charger la cassette-programme ;
— à l'apparition de la *page titre*, remplacer la cassette-programme par votre « cassette-données » correctement positionnée ;
— appuyer sur une touche quelconque (différente de **INS**).

Grâce à cette possibilité, vous pourrez vous constituer de véritables *bibliothèques d'exercices sur cassettes* que vous aurez préparés selon le niveau que vous souhaitez, ou même selon l'élève utilisateur. N'oubliez pas alors de bien étiqueter vos cassettes...

Comment adapter les programmes ? résumé :

- Si vous voulez faire travailler immédiatement après votre adaptation des données :

— à la page menu, frappez INS ENTREE

— indiquez votre adaptation

— frappez P pour revenir au programme sur lequel les enfants vont travailler.

- Si vous voulez *enregistrer* votre adaptation des données :

— à la page titre, frappez INS

— à la page menu, frappez INS ENTREE

— indiquez votre adaptation

— frappez C , préparez la cassette et le lecteur

— frappez E N et n'oubliez pas de rembobiner votre cassette après l'enregistrement.

Couverture : Graphir

ISBN 2-7124-4005-6

CEDIC, 32, boulevard Saint-Germain, 75005 - PARIS